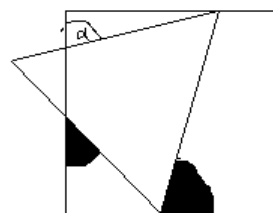


Liga Zadaniowa
województwo kujawsko-pomorskie
Klasa I gimnazjum

Zadania niespodzianki na spotkanie kończące Ligę Zadaniową w roku szkolnym 2010/2011.

1. Iloczyn liczby naturalnej przez sumę jej cyfr wynosi 2008. Wyznaczyć wszystkie liczby o tej własności.
2. Mamy 8 odcinków, których długości są liczbami całkowitymi centymetrów. Najdłuższy z nich ma długość 20 cm. Udowodnij, że istnieją wśród nich 3 odcinki, z których można zbudować trójkąt.
3. Czy prawdą jest, że do każdej liczby naturalnej równej iloczynowi dwóch kolejnych liczb naturalnych można dopisać z prawej strony dwie cyfry tak, aby otrzymać liczbę będącą kwadratem liczby naturalnej?
4. Wiedząc, że $\frac{a-4b}{b}=7$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{2a+3b}{a}$.
5. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt α ma miarę 70° . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.



6. Podaj liczbę trzycyfrową, która ma własność: różnica jej i liczby 7 jest podzielna przez 7, także różnica jej i liczby 8 jest podzielna przez 8 oraz różnica liczby i liczby 9 jest podzielna przez 9. Ile takich liczb istnieje?
7. W sali kinowej mamy 7 rzędów po 10 miejsc w każdym rzędzie. Na poranny seans przyszła grupa 50 uczniów. Ta sama grupa przyszła do tej sali na popołudniowy seans. Udowodnić, że w tej grupie znajdzie się dwoje dzieci, które zarówno na porannym seansie jak i na popołudniowym seansie siedziały w tym samym rzędzie (niekoniecznie o tym samym numerze, np. rano mogły siedzieć w rzędzie o numerze 1, a po południu w rzędzie o numerze 5).
9. Drogą szła grupa ludzi. Na skrzyżowaniu więcej niż $\frac{1}{3}$ z nich poszło na prawo, a więcej niż 30% poszło na lewo. Wszyscy pozostali, których jak się okazało było więcej niż $\frac{4}{11}$ grupy, zawrócili. Uzasadnij, że w tej grupie były co najmniej 173 osoby.
10. Prostokąt o wymiarach 4×5 podzielono na jednakowe kwadraciki. W każdym kwadraciku wpisano po jednej z liczb z następującego zestawu liczb: cztery jedyńki, dwie dwójki, siedem trójek, osiem czwórek. Przy wpisywaniu zachowano zasadę, aby sumy liczb w kolumnach były takie same, a także sumy liczb liczb w wierszach były takie same. Której z liczb nie wpisano w prostokąt?
11. Niech AF będzie środkową w trójkącie ABC . Na przedłużeniu boku AB poza punktem B obrano punkt D . Niech E będzie punktem przecięcia prostej DF z bokiem AC trójkąta ABC . Udowodnić, że $|CE| = |EF|$, jeśli wiadomo, że $|AB| = |BD| = |AF|$.
13. Czy to prawda, że różnica każdej liczby trzycyfrowej i sumy jej cyfr dzieli się przez 9?
14. Bak był pełen benzyny. Przelano ją do trzech kanistrów. Do każdego z nich przelano tę samą całkowitą liczbę litrów. Okazało się, że w pierwszym kanistrze benzyna wypełniła $\frac{1}{2}$ jego objętości, w drugim $\frac{2}{3}$, a w trzecim $\frac{3}{4}$. Przy jakiej najmniejszej objętości baku jest możliwa taka sytuacja, jeśli objętości baku i kanistrów wyrażają się całkowitymi liczbami litrów?

15. Liczby całkowite dodatnie nieprzekraczające czterdziestu czterech podzielono na dwa zbiory ze względu na parzystość. Następnie z każdego zbioru wybrano możliwie największy podzbiór, tak że sumy liczb w tych podzbiorach były równe. Ile elementów wybrano z każdego zbioru i jaka była suma wszystkich wybranych liczb?

16. *Kto gwizdał?* – zdenerwowany nauczyciel zapytał o to swoich czterech uczniów, z których tylko jeden właśnie zagwizdał. Udzielili oni następujących odpowiedzi:

Jacek: *To Marcin!*

Marcin: *To Darek!*

Wojtek: *Nie ja gwizdałem!*

Darek: *Marcin kłamie!*

Nauczyciel wie, że jego uczniowie są kłamczuchami. W tym przypadku aż trzech skłamało i tylko jeden powiedział prawdę. Kto gwizdał, a kto powiedział prawdę?

17. Dwaj mędrcy napisali na siedmiu kartkach liczby od 5 do 11 po jednej na każdej kartce i na różnych kartkach różne liczby. Następnie włożyli je do urny. Pierwszy z nich wyciągnął trzy kartki, a następnie drugi wyciągnął dwie kartki. Pierwszy rzekł do drugiego: Wiem, że suma liczb na Twoich kartkach jest parzysta. Ile wynosi suma liczb na kartkach pierwszego mędrca.

18. Pająk rozpina nitki pajęczyny we wnętrzu szklanego sześcianu. Początek i koniec każdej nitki znajduje się bądź w wierzchołku, bądź na środku krawędzi, bądź na środku ściany, nigdy jednak na tej samej ścianie sześcianu. Ile nitek może w ten sposób rozpiąć?

19. Jurek ma kalkulator, który mnoży przez 3, dodaje do danej liczby liczbę 3 lub dzieli liczbę przez 3, jeśli jest ona podzielna przez 3. Czy przy pomocy tego kalkulatora można z liczby 1 otrzymać liczbę 13?

20. Pewien „mądrała” twierdzi, że istnieją liczby naturalne a , b , c takie, że a nie dzieli się przez c , b nie dzieli się przez c , natomiast $a \cdot b$ dzieli się przez c^2 . Czy ma on rację?

21. Mamy do dyspozycji 3 kolory. Na ile sposobów można pomalować ściany sześcianu, używając każdego koloru dwukrotnie, przy czym każda ściana jest pomalowana wyłącznie jednym kolorem?

22. Czy liczby naturalne od 1 do 23 można podzielić na dwie rozłączne grupy tak, by suma liczb w jednej z nich była o 21 większa od sumy liczb drugiej grupy?

**Zapraszamy do udziału w zakończeniu Ligi Zadaniowej
w roku szkolnym 2010/2011!**