

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

II klasa gimnazjum - ETAP REJONOWY

III spotkanie konkursowe – 19 lutego 2011 r. – Zestaw IV

Zadania konkursowe

1. Oblicz:

$$\sqrt{1 + 2012\sqrt{1 + 2011\sqrt{1 + 2010\sqrt{1 + 2009 \cdot 2007}}}}$$

2. Przekształć wyrażenie

$$\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2x}\right)^2 \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}\right)$$

do najprostszej postaci i rozstrzygnij, która z liczb $\frac{1}{8}$, czy wartość wyrażenia dla $x = \frac{4}{5}$ jest większa?

3. W trapezie równoramiennym krótsza podstawa i ramiona mają równe długości i wynoszą po 8 cm, a przedłużenia ramion przecinają się pod kątem prostym. Oblicz obwód i pole tego trapezu.

4. W trójkącie, którego długości boków wynoszą 16, 12, 20 wyznacz promień okręgu opisanego na tym trójkącie, promień okręgu wpisanego w ten trójkąt i odległość między środkami tych okręgów.

5. Oblicz pole sześciokąta, którego wszystkie kąty wewnętrzne mają tę samą miarę, a boki mają kolejno długości: 2, 4, 2, 4, 2, 4.

6. Dla dowolnych liczb a i b udowodnij nierówność:

$$a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b).$$

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.