

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa I gimnazjum

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 14.01.2012 r.

Tematyka: 1. Obliczanie pól wielokątów.

2. Układ współrzędnych.

3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.

4. Kąty wierzchołkowe i naprzemianległe, przyległe i odpowiadające.

5. Kąty zewnętrzne i wewnętrzne różnych wielokątów.

1. Oblicz pole czworokąta $ABCD$, mając dane współrzędne punktów:

$A = (-3, -2)$, $B = (-1, -4)$, $C = (4, -2)$, $D = (-2, 3)$.

2. Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$.

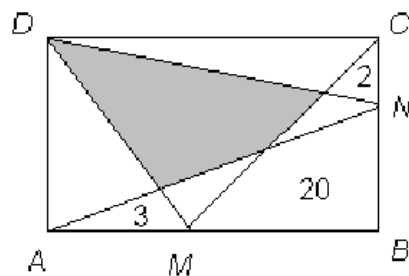
Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

3. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $AB = BC$, miara jednego z kątów zewnętrznych jest równa 100° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

4. W trapezie równoramiennym $ABCD$, o podstawach AB i CD mamy $BC = CD = DA$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC . Oblicz miary kątów tego trapezu.

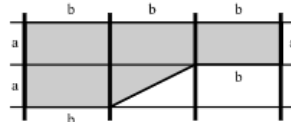
5. Obwód prostokąta ma 112 cm. Długość jednego z jego kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok w stosunku 2 : 3. Oblicz długości boków tego prostokąta.

6. Dany jest prostokąt $ABCD$. Odcinki poprowadzone z punktów M i N do wierzchołków prostokąta dzielą ten prostokąt na osiem części. Na rysunku zaznaczono pola trzech z nich. Jakie jest pole zacieniowanej części?



7. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem, a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.

8. Jakie jest pole i obwód narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.



9. Uzupełnij kwadraty magiczne :

a)

$2x - 8$	$-x + 1$	$4 - 4x$

b)

	$-2n^2 - 1$	n^2
	$3n^2$	

c)

$3x - 10$	$-2x + 1$	$5 + x$

10. W trójkącie ABC kąt A ma miarę 60° , a kąt B ma 70° . Przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $CD = CA$. Oblicz miary kątów trójkąta ACD .

11. Zewnętrzne kąty trójkąta są proporcjonalne do liczb 6 : 7 : 11. Znajdź kąt między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

12. Przekątna czworokąta wypukłego dzieli na połowę odcinek łączący środki przeciwległych boków tego czworokąta. Udowodnij, że przekątna ta dzieli czworokąt na dwa trójkąty o równych polach.

13. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze 30° . Kąt przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt przy wierzchołku C . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .

14. W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.

15. Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K, L, M, N będącymi środkami odpowiednio boków AB, BC, CD, DA . Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.

16. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów z zewnętrznych jest równa 110° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

17. Punkty A, B, C, D i E dzielą okrąg na równe części i leżą na okręgu w podanej kolejności. Oblicz miary: kąta CDE , kąta CDE oraz kąta CEA .

14. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2009}$. Oblicz $\frac{b}{a+3b}$.

15. Punkty $A=(4,-2)$ i $B=(4,4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe 24.

Znajdź współrzędne punktu C , wiedząc, że:

- trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
- trójkąt ABC jest prostokątny,
- druga współrzędna punktu C jest równa -3 .

Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.

16. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

17. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt α ma miarę 70° . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.



18. Czy istnieje sześciokąt wypukły w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90 oraz „Kółko Matematyczne w Gimnazjum” str 117 – 132 oraz 16 – 27.