

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

Klasa I gimnazjum

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 02 lutego 2013 r.

Tematyka:

1. Obliczanie pól wielokątów.
 2. Układ współrzędnych.
 3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
 4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
 5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.
1. Oblicz pole czworokąta $ABCD$ mając dane współrzędne punktów $A = (-2, -3)$, $B = (7, -4)$, $C = (1, 1)$, $D = (-1, -7)$.

2. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

$2x - 8$		$3 - 2x$
	$-2x - 4$	

b)

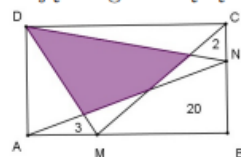
$2x - 8$	$-x + 1$	$4 - 4x$

c))

	$-2n^2 - 1$	n^2
	$3n^2$	

3. Punkty $A = (-2, 4)$, $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe 24. Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że:
- a) trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
 - b) trójkąt ABC jest prostokątny,
 - c) pierwsza współrzędna punktu C jest równa -3.
- Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.*
4. Dany jest prostokąt $ABCD$ o polu S . Punkty E , F , G i H dzielą odpowiednio boki AB , BC , CD , i DA w stosunku $1 : 2$, tzn. $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{2}$. Oblicz pole równoległoboku $EFGH$.
5. W czworokącie $ABCD$ kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Jaki jest stosunek pól trójkątów ADB i ACB , jeżeli wiadomo, że pole czworokąta $ABCD$ jest trzykrotnie większe niż pole trójkąta ACB ?
6. W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC|$, poprowadzono dwusieczną AD kąta przy wierzchołku A . Wiadomo dodatkowo, że $|AD| = |AB|$. Jaka jest miara kąta $\angle ACB$?
7. Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.
8. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.
9. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2012}$, oblicz $\frac{b}{a+3b}$.
10. W trójkącie ABC kąt A ma miarę 60° , a kąt B ma 70° . Przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $|CD| = |CA|$. Oblicz miary kątów trójkąta ACD .
11. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji $6 : 7 : 11$. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.
12. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów zewnętrznych jest równa 100° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

13. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC . Oblicz miary kątów tego trapezu.
14. Obwód prostokąta ma 112 cm. Dwusieczna jednego z jego kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok w stosunku 2 : 3. Oblicz długości boków tego prostokąta.
15. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze 30° . Kąt wewnętrzny przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt wewnętrzny przy wierzchołku C . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .
16. W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.
17. Czy istnieje sześciokąt wypukły, w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?
18. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2020, których przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi?
19. Dany jest prostokąt $ABCD$. Odcinki poprowadzone z punktów M i N do wierzchołków prostokąta dzielą ten prostokąt na osiem części. Na rysunku zaznaczono pola trzech z nich. Jakie jest pole zacięniowanej części?
20. Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K , L , M , N , będącymi środkami odpowiednio boków AB , BC , CD i DA . Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.
21. Przekątna czworokąta wypukłego dzieli na połowę odcinek łączący środki przeciwległych boków tego czworokąta. Udowodnij, że przekątna dzieli ten czworokąt na dwa trójkąty o równych polach.



Uwaga. W przygotowaniach do II spotkania konkursowego można wykorzystać:

Zbiór zadań - „*Liga Zadaniowa*” - str.69-73 i 76-90;
 „*Koło matematyczne w szkole podstawowej*” - str.145-166;
 „*Koło matematyczne w gimnazjum*” - str. 117-132.