

## Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum – ETAP REJONOWY  
II spotkanie konkursowe – 2 lutego 2013 r. - Zestaw III

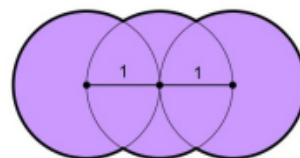
### Zadania konkursowe

1. Czy liczba  $2013 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2013^2}\right)$  jest kwadratem liczby naturalnej?
2. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie

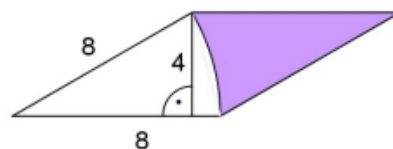
$$\left(x + y - \frac{4xy}{x+y}\right) : \left(\frac{x}{x+y} - \frac{y}{y-x} - \frac{2xy}{x^2 - y^2}\right),$$

a następnie zbadaj, czy wartość tego wyrażenia dla  $x = \sqrt{3} + 1$  i  $y = \sqrt{3} - 1$  jest liczbą wymierną?

3. Z trzech okręgów o jednakowych promieniach równych 1 dwa są styczne zewnętrznie, a trzeci ma środek w punkcie styczności (rysunek obok). Oblicz pole i obwód otrzymanego w ten sposób obszaru.



4. Uzasadnij, że dla dowolnych liczb naturalnych  $n$ ,  $m$  różnica kwadratów ich sumy oraz różnicy jest podzielna przez 4.
5. Oblicz pole zacieniowanego fragmentu rombu (rysunek obok).



6. Uzasadnij, że dla każdej liczby  $x$  większej od 3 liczba  $x^3 - 3x^2 - x + 3$  jest dodatnia.

**Uwaga 1.** Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

**Uwaga 2.** Czas trwania konkursu - 90 minut.

**Uwaga 3.** Nie można używać kalkulatorów.