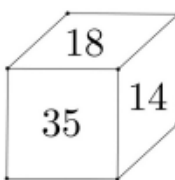


Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum

Zadania niespodzianki na spotkanie kończące Ligę Zadaniową w roku szkolnym 2012/13

1. Jakie liczby trzycyfrowe zapisane przy pomocy parzystych cyfr są podzielne przez iloczyn swoich cyfr?
2. Na widocznych ścianach sześcianu napisano liczby jak na rysunku.
Na pozostałych ścianach są liczby pierwsze takie, że sumy na przeciwległych ścianach są takie same. Jakie to liczby?
3. Wskaż 11 kolejnych liczb naturalnych, których suma jest kwadratem liczby naturalnej.
4. W pewnej liczbie naturalnej przestawiono niektóre cyfry i otrzymano liczbę trzy razy większą. Udowodnić, że ta ostatnia liczba jest podzielna przez 27.
5. Czy istnieje liczba trzycyfrowa $\overline{abc}$, gdzie $a > c$, taka że $\overline{abc} - \overline{cba}$ jest kwadratem liczby naturalnej?
6. Na tablicy wypisano w porządku rosnącym wszystkie liczby naturalne od 1 do 10000. Następnie starto te liczby, które nie dzieliły się ani przez 4 ani przez 11. Jaka liczba stoi na 2013-tym miejscu?
7. Na tablicy napisano pewną ilość liczb różnych od zera. Każda z tych liczb jest równa połowie sumy pozostałych. Ile liczb napisano na tablicy?
8. Czy można zapisać przy pomocy cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6 liczbę sześciocyfrową używając każdej cyfry tylko raz, tak by była ona podzielna przez 11.
9. Znaleźć wszystkie pary liczb pierwszych p , q , takie że liczby $7p + q$ i $pq + 11$ są pierwsze.
10. Dana jest liczba naturalna n . Czy można znaleźć liczbę naturalną, w której zapisie występują tylko dwie cyfry i która jest podzielna przez n ?
11. Jakie liczby pierwsze mogą być dzielnikami liczb postaci $111 \dots 111$?
12. Wyznaczyć liczby naturalne a , b , c , d , takie że $a + b + c + d = 30$ oraz $a \geq b \geq c \geq d$ i iloczyn $abcd$ jest największy.
13. Czy możliwe jest, aby pewien skończony zbiór liczb dodatnich miał taką własność, że kwadrat każdej liczby z tego zbioru jest większy od iloczynu jakichkolwiek dwóch innych liczb z tego zbioru?
14. Dla jakich liczb naturalnych x , y , z zachodzi nierówność $xyz < xy + yz + zx$?
15. Mamy trzy liczby dwucyfrowe, takie że suma dowolnych dwóch z nich jest równa liczbie, która powstaje z trzeciej liczby przez zmianę kolejności cyfr. Wyznaczyć sumę tych trzech liczb.

16. Niech A będzie liczbą naturalną. Oznaczmy przez b liczbę utworzoną przez dwie ostatnie cyfry liczby A , a przez a liczbę utworzoną przez pozostałe cyfry liczby A . Na przykład dla $A = 54023$ mamy $b = 23$ i $a = 540$. Udowodnić, że liczba A jest podzielna przez 7 wtedy i tylko wtedy, gdy
- $2a + b$ dzieli się przez 7,
 - $5a - b$ dzieli się przez 7.
17. Znaleźć cyfry a, b, c, d takie, że liczby $a, \overline{cd}, \overline{ad}, \overline{abcd}$ są kwadratami liczb naturalnych.
18. Trzycyfrowa liczba $\overline{abc}$ o różnych cyfrach jest 5 razy mniejsza niż suma wszystkich liczb innych niż liczba $\overline{abc}$ i utworzonych z cyfr a, b, c poprzez przestawienie cyfr. Jaka to liczba?
19. Czy można w wierzchołkach ośmiokąta wpisać liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, po jednej liczbie w każdym wierzchołku, tak aby suma liczb w każdym trzech kolejnych wierzchołkach była
- większa niż 11,
 - większa niż 13?

20. Rozwiązać rebus

			D	W	A
			D	W	A
		*	*	R	*
	*	*	*	*	*
Y	*	*	*	*	*
C	Z	T	E	R	Y

21. Czy można przy pomocy dwóch naczyń o pojemności 9 l i 11 l pobrać z kranu 10 l wody?
22. Czy można w kwadracie 5×5 podzielonym na jednostkowe kwadraciki usunąć jeden kwadracik, tak aby powstała figurę pokryć prostokątami o wymiarach 1×3 ?
23. Czy można rozciąć kwadrat o wymiarach 6×6 na prostokąty o wymiarach 1×4 ?
24. W czworokącie $ABCD$ suma miar kątów $\sphericalangle ABD$ i $\sphericalangle BDC$ jest równa 180° , ponadto $|AD| = |BC|$. Udowodnij, że kąty wewnętrzne czworokąta przy wierzchołkach A i C mają równe miary.
25. Czy istnieje taki rok, w którym ani razu poniedziałek nie będzie trzynastego dnia miesiąca? Jaka może być w ciągu roku największa liczba poniedziałków, które wypadają trzynastego dnia miesiąca?

*Serdecznie zapraszamy
na uroczyste podsumowanie Ligi Zadaniowej
w roku szkolnym 2012/2013!*