

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum – ETAP REJONOWY
III spotkanie konkursowe – 2 kwietnia 2016 r.

Zadania konkursowe

1. W trapezie równoramiennym krótsza podstawa i ramiona mają równe długości i wynoszą po 10 cm, a przedłużenia ramion trapezu przecinają się pod kątem prostym. Oblicz obwód i pole tego trapezu.
2. Oblicz $\sqrt{2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2016} + \sqrt{2014}} \right)$.
3. Punkty $A(1, 5)$ i $B(-2, 2)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$, zaś punkt $S(3, 3)$ jest jego środkiem. Znajdź pozostałe wierzchołki tego równoległoboku i oblicz jego obwód.
4. Oblicz $\sqrt{1 + 2017\sqrt{1 + 2016\sqrt{1 + 2015 \cdot 2013}}}$.
5. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego są w stosunku 4:5, a przeciwprostokątna ma długość 41 cm. Oblicz:
 - a) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt,
 - b) promień okręgu opisanego na tym trójkącie,
 - c) długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w tym trójkącie.
6. Udowodnij, że dla dowolnych liczb a, b prawdziwa jest nierówność

$$5a^2 + 4b^2 + 1 \geq 4a(1 + b).$$

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.